2.2 Riešené príklady

Príklad Riešme diferenciálnu rovnicu

$$x''' + 8x'' + 37x' + 50x = 0\,.$$

Riešenie: Odpovedajúca charakteristická rovnica je

$$r^3 + 8r^2 + 37r + 50 = 0\,.$$

Riešením tejto rovnice sú $r_1 = -2, r_2 = -3 + 4i, r_2 = -3 - 4i$. Všeobecné riešenie je lineárna kombinácia jednotlivých riešení:

$$x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-3t}\cos 4t + C_3 e^{-3t}\sin 4t\,.$$

- Riešenie charakteristickej rovnice môžeme nájsť pomocou MATLABu takto:

```
>> solve('r^3+8*r^2 + 37*r + 50')
 ans =
    -2
 -3+4*i
 -3-4*i .
```

- Všeobecné riešenie môžeme priamo nájsť pomocou MATLABu takto:

```
>> syms x
>> x= dsolve('D3x=-8*D2x-37*Dx-50*x')

x =
C1*exp(-2*t)+C2*exp(-3*t)*sin(4*t)+C3*exp(-3*t)*cos(4*t)
```

- Riešenie pomocou MAPLu:

```
> riesenie :=
dsolve(diff(x(t),t,t,t)+8*diff(x(t),t,t)+37*diff(x(t),t)+50*x(t)
);
```

$$riesenie := x(t) = _C1\ \mathbf{e}^{(-2t)} + _C2\ \mathbf{e}^{(-3t)}\sin(4t) + _C3\ \mathbf{e}^{(-3t)}\cos(4t)$$

Príklad Nech riešením charakteristickej rovnice, odpovedajúcej homogénnej lineárnej diferenciálnej rovnice s konštantnými koeficientmi desiateho rádu sú:
$r_1 = -2, r_2 = 5, r_3 = 7, r_4 = 7, r_5 = 7, r_6 = 7, r_7 = -3 + 4i, r_8 = -3 - 4i, r_9 = -3 + 4i, r_{10} = -3 - 4i$.

Všeobecné riešenie tejto rovnice je:

$$x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{5t} + C_3 e^{7t} + C_4 t e^{7t} + C_5 t^2 e^{7t} + C_5 t^3 e^{7t} + C_6 t^4 e^{7t} +$$
$$+ C_7 e^{-3t}\cos 4t + C_8 e^{-3t}\sin 4t + C_9 t e^{-3t}\cos 4t + C_{10} t e^{-3t}\sin 4t.$$

2.2 Riešené príklady

Príklad Nájdime všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice

$$x''' + 8x'' + 37x' + 50x = 158e^{-3t}$$

a tiež jej partikulárne riešenie odpovedajúce nulovým začiatočným podmienkam.

Riešenie môžeme nájsť priamo pomocou MATLABu takto:

a) Všeobecné riešenie

```
>> syms x
>> x= dsolve('D3x=-8*D2x-37*Dx-50*x-158*exp(-3*t)')

x =
79/8/exp(t)^3+C1*exp(-2*t)+C2*exp(-3*t)*sin(4*t)+C3*exp(-3*t)*cos(4*t)
```

b) Partikulárne riešenie

```
>> syms x
>> x= dsolve('D3x=-8*D2x-37*Dx-50*x+158*exp(-3*t)','x(0)=0','Dx(0)=0','D2x(0)=0')

x =
-79/8/exp(t)^3-158/17*exp(-2*t)+79/34*exp(-3*t)*sin(4*t)-79/136*exp(-3*t)*cos(4*t)
```

c) Riešenie pomocou Laplaceovej transformácie s použitím MATLABu

```
>> syms t s
>> laplace(158*exp(-3*t),s)

ans =
158/(s+3)

 >> x=ilaplace(158/(s+3)/(s^3+8*s^2+37*s+50),t)

x=
-79/8*exp(-3*t)+79/136*exp(-3*t)*cos(4*t)-79/34*exp(-3*t)*sin(4*t)+158/17*exp(-2*t)
```

d) Riešenie pomocou MAPLu:

```
> riesenie:= dsolve(
{diff(x(t),t,t,t)+8*diff(x(t),t,t)+37*diff(x(t),t)+50*x(t)-
158*exp(-3*t),x(0)=0, D(x)(0)=0, (D^2)(x)(0)=0}, x(t));
>
```

$$riesenie := x(t) = -\frac{79}{8}\frac{1}{(e^t)^3} + \frac{158}{17}e^{(-2t)} - \frac{79}{34}e^{(-3t)}\sin(4t) + \frac{79}{136}e^{(-3t)}\cos(4t)$$

```
> riesenie:= dsolve(
{diff(x(t),t,t,t)+8*diff(x(t),t,t)+37*diff(x(t),t)+50*x(t)-
158*exp(-3*t),x(0)=0, D(x)(0)=0, > `@@`(D,2)(x)(0)=0
}, x(t),method=laplace);
```

$$riesenie := x(t) = \frac{158}{17}e^{(-2t)} + \frac{79}{136}e^{(-3t)}(\cos(4t) - 4\sin(4t) - 17)$$